

**MODELO BINOMIAL DE OPÇÕES COMPOSTAS:
o caso da avaliação de um fundo imobiliário**
DOI: 10.31994/rvs.v9i1.287

Alexius Viktor Andrade Freund¹
Eduardo Facó Lemgruber²
Antonio Carlos Magalhães da Silva³

RESUMO

O presente trabalho trata da aplicação de um modelo de apreçamento na avaliação das cotas seniores de um Fundo de Investimento Imobiliário no Brasil. O modelo utilizado é o binomial de opções compostas, desenvolvido por Freund (2013) para a avaliação de cotas seniores, mezanino e subordinadas de Fundos de Investimento em Direitos Creditórios (FIDC). Esse modelo considera diversos fatores que influenciam no apreçamento dessas classes de cotas, tais como nível de subordinação, volatilidade, taxas de juros, taxas de inadimplência, prazo de duração do fundo, bem como características relacionadas ao fluxo de caixa das amortizações. Os resultados da avaliação das cotas seniores de um fundo imobiliário indicam que os preços observados no mercado estavam superavaliados em relação aos obtidos pela modelagem.

¹ Doutor em Administração pela Universidade Federal do Rio de Janeiro (Coppead/UFRJ). Analista do Banco Central do Brasil. Alexius.freund@gmail.com. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3264-2545>.

² Doutorado em Administração de Empresas pela University of California Los Angeles. Professor Aposentado da Universidade Federal do Rio de Janeiro (Coppead/UFRJ). Eduardo.faco@gmail.com. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9881-658X>.

³ Doutor em Engenharia de Produção pela Universidade Federal do Rio de Janeiro (Coppe/UFRJ). Professor da Universidade Estácio de Sá e da Universidade Federal Fluminense amagal@uol.com.br. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4497-3130>.

PALAVRAS-CHAVE: FUNDO IMOBILIÁRIO. APREÇAMENTO. OPÇÃO COMPOSTA. MODELO BINOMIAL. DERIVATIVOS.

INTRODUÇÃO

O mercado de REIT (*Real Estate Investment Trusts*) surgiu em 1960 nos Estados Unidos. Trata-se de um canal utilizado por investidores para aplicações no mercado imobiliário nos Estados Unidos.ⁱ No Brasil, um tipo de investimento similar pode ser realizado através de Fundos de Investimento Imobiliário (FII). A principal característica de um fundo imobiliário é a possibilidade de aplicações de recursos em empreendimentos imobiliários, tais como imóveis comerciais, residenciais, rurais ou urbanos, construídos ou em construção, para posterior alienação, locação ou arrendamento. Investidores, por meio da aquisição de cotas do fundo, recebem os rendimentos gerados pelos ativos adquiridos por esse fundo. De acordo com a BM&FBovespa (2013), os FIIs são constituídos por condomínios fechados, isto é, não permitem aplicação e resgate a qualquer momento. As cotas desses fundos podem ser negociadas no mercado financeiro.

O mercado de fundos de investimento imobiliário tem apresentado forte crescimento no Brasil ao longo dos últimos anos. O patrimônio líquido cresceu de 2008 até 2012, 74% a.a. em média, atingindo o valor de R\$ 25,6 bilhões em 30 de junho de 2012, conforme Souza (2012).ⁱⁱ Entre os motivos desse forte crescimento, pode-se citar, de acordo com Netto (2013), a tendência de baixa nas taxas de juros reais ao longo do tempo no Brasil associada ao aumento do valor dos imóveis. Vale destacar que esse movimento também é influenciado pela isenção de imposto de renda sobre os rendimentos dos FIIs para os investidores pessoas físicas (Souza, 2012). Outra grande vantagem é a possibilidade de se ter um instrumento no mercado financeiro que possibilita ao pequeno investidor acessar uma categoria de mercado que, de outra forma, seria exclusiva de investidores de grande porte, haja

vista a necessidade de soma considerável de recursos para a compra de um empreendimento imobiliário.

Alguns FIs possuem como objetivo o investimento em empreendimentos imobiliários residenciais ou comerciais em desenvolvimento. Esse tipo de fundo é caracterizado no mercado como um “FI de Desenvolvimento”. Essa modalidade possui como característica a existência de cotas com diferentes níveis de classe: cotas seniores, mezanino e subordinadas, as quais guardam entre si diferença no nível de prioridade para amortização e resgate, sendo que as seniores são as que possuem maior prioridade, seguidas das cotas mezanino e por último as cotas subordinadas.

Conforme previsto na política de investimentos do FI de Desenvolvimento, os cotistas tem seu investimento remunerado de acordo com os retornos auferidos por cada um dos empreendimentos imobiliários objeto da carteira de investimento do FI, os quais são distribuídos, e não reinvestidos, ao longo do período de duração do fundo. Destaca-se que alguns FIs dessa categoria indicam uma rentabilidade prevista (rentabilidade-alvo) para os cotistas seniores, sendo que o risco será absorvido pelas cotas mezanino e subordinadas. As cotas mezanino também apresentam uma indicação de rentabilidade, similar ao realizado para as seniores, todavia com retorno maior, uma vez que o retorno somente será pago após o pagamento das cotas seniores, tratando-se portanto de investimento de maior risco. As cotas subordinadas somente são resgatadas ao final, após o resgate integral das cotas seniores e mezanino.

A questão do apereçamento de um FI é de grande relevância para o mercado. Tanto gestores, quanto investidores e reguladores, necessitam saber quanto vale esse tipo de investimento, para que cada um possa tomar medidas com vistas ao cumprimento do seu objetivo específico. Neste artigo, o foco está no apereçamento dos FIs de Desenvolvimento, mais precisamente nas cotas que podem ser adquiridas por investidores pequenos, isto é, cotas seniores. Em pesquisa realizada no site da BM&FBovespa, em 21 de janeiro de 2013, por exemplo, só foi identificada a existência de um FI com cotas mezanino listado na bolsa.ⁱⁱⁱ As cotas subordinadas

são normalmente adquiridas pelos cedentes dos ativos adquiridos pelo FII de Desenvolvimento, como forma de sinalizar ao mercado a mitigação de risco de crédito dos ativos presentes no fundo.

No que concerne ao apreçamento dos FIIs, a divisão em cotas seniores e subordinadas sugere um paralelo com o modelo de Merton (1974). Esse modelo utiliza a metodologia desenvolvida para apreçamento de opções, descrita também por Black e Scholes (1973) para avaliar dívidas corporativas. Assim, as cotas seniores de um FII corresponderiam à dívida sênior considerada no modelo de Merton (1974), enquanto que as cotas subordinadas corresponderiam ao valor de mercado de uma empresa em poder dos acionistas. O artigo de Black e Scholes (1973) já menciona, embora não demonstre, que os títulos de dívidas corporativas que pagam cupons poderiam ser vistos como opções compostas, isto é, opções sobre opções. Dessa forma, a primeira opção teria validade a partir da data do pagamento do penúltimo cupom, expiraria na data de vencimento da dívida, e teria como preço de exercício o valor do principal acrescido do valor do último cupom. A segunda opção seria uma opção para adquirir a primeira opção, se iniciando na data de pagamento do antepenúltimo cupom, com vencimento na data de pagamento do penúltimo cupom e preço de exercício igual ao valor do cupom. E assim por diante.

A demonstração do modelo para apreçamento de opções compostas foi desenvolvida por Geske (1977). Esse modelo considera uma opção sobre uma ação de uma empresa. A ação dessa empresa, por sua vez, corresponderia a uma opção de compra dos ativos pelo pagamento do valor de face da dívida da firma. Geske (1979) estende o modelo para considerar dívidas com mais de um fluxo de pagamentos. Trata-se de um modelo que oferece solução analítica, pressupondo intervalo de tempo contínuo, o que inviabiliza a consideração das amortizações nas datas em que elas realmente ocorrem.

Já o modelo binomial de Cox, Ross e Rubinstein (1979) - CRR é um modelo que considera intervalos de tempo discretos e, portanto, possui a vantagem da flexibilidade para se considerar o fluxo de caixa real do fundo, ou seja, as amortizações são consideradas no momento em que efetivamente ocorrem. O

modelo binomial de opções compostas, desenvolvido por Freund (2013) para apreçamento de cotas de FIDCs, permite utilizar o conceito de opções compostas em um modelo binomial modificado. Tal modelo pode ser aplicado para FIs de Desenvolvimento.

O objetivo deste artigo é analisar os resultados obtidos para valores de cotas seniores de um FI de Desenvolvimento no mercado brasileiro aplicando-se o modelo binomial de opções compostas, comparando esses resultados com os valores de mercado e patrimonial desse fundo. Dentre os FIs existentes no mercado, optou-se pelo RB Capital Agre, pois, além de possuir mais de uma classe de cotas, o que permitiria a aplicação do modelo, as cotas seniores desse fundo encontravam-se já em processo de resgate no momento da elaboração deste estudo, tendo sido amortizadas por completo, o que permitiria analisar o comportamento dos preços dessas cotas ao longo de toda a vida do fundo.

Este trabalho está dividido em seis partes, sendo a primeira esta introdução, a segunda, o referencial teórico, a terceira, a aplicação prática do modelo ao FI mencionado, a quarta parte, os resultados, a quinta, a conclusão, e por último, as referências bibliográficas utilizadas.

1 REFERENCIAL TEÓRICO

Não é objetivo deste trabalho explicar em detalhes o modelo binomial de opções compostas. Tal detalhamento pode ser encontrado em Freund (2013). No entanto, para facilitar sua compreensão, um exemplo numérico com um modelo de dois estágios é apresentado em sua forma mais simplificada, o que permite também sua comparação com o modelo binomial desenvolvido por CRR (1979). Além disso, comenta-se os resultados para as duas modelagens quando o número de estágios aumenta, para se aproximar de situações reais.

A ideia básica por trás do CRR assume que o preço de um ativo segue um processo binomial em períodos discretos. A Figura 1 abaixo mostra uma representação do modelo considerando um período composto por dois estágios.

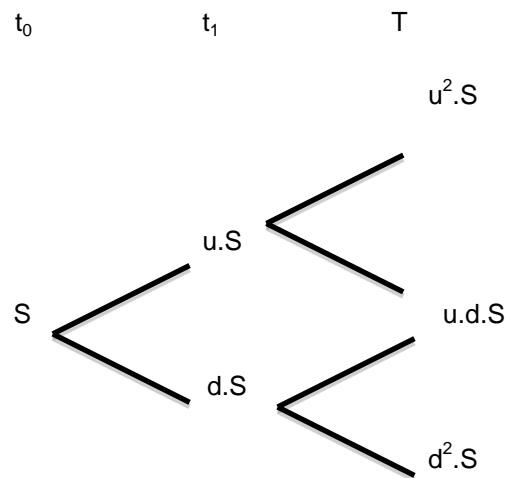


Figura 1 – Representação do comportamento do valor de um ativo em um modelo binomial com dois estágios
 S : o valor do ativo na data t_0 ; u : fator multiplicativo de elevação do preço; d : fator multiplicativo de redução de preço; t_0 : instante inicial; T : vencimento; t : instante qualquer; $T > t > t_0$. No caso de dois estágios, $t = t_1$

De acordo com o modelo, no instante inicial (t_0), um ativo possui valor S . Ao final de um intervalo de tempo t , o ativo pode ter dois valores: $u.S$, ou $d.S$, onde $u - 1$ e $d - 1$ representam rentabilidades sobre o ativo. O modelo requer que as rentabilidades devam ser tais que $u > (1 + r) > d$, onde r representa a taxa de juro livre de risco, e que o produto $u.d$ seja constante. Para o processo de movimento do preço do ativo S para um período composto por dois estágios, mostrado na Figura 1, o valor de uma opção de compra (C) europeia sobre esse ativo, com preço de exercício K , terá os seguintes resultados, conforme apresentado na Figura 2:

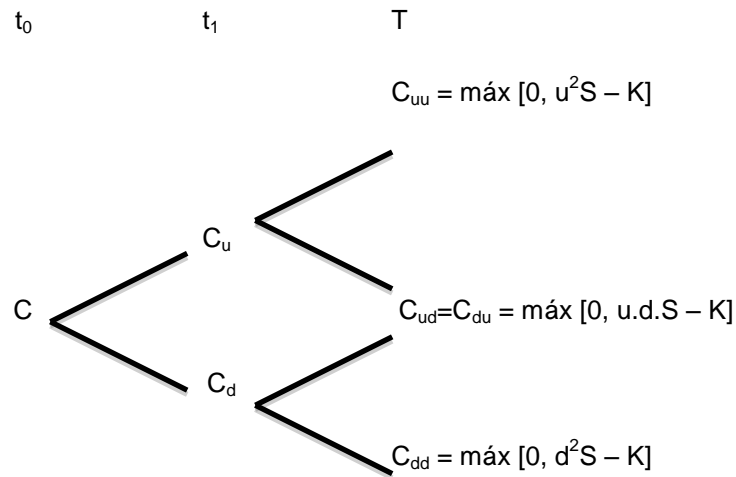


Figura 2 - Representação do comportamento do valor de uma opção de compra europeia em um modelo binomial com dois estágios.

C: o valor da opção de compra no instante t_0 ; C_u : o valor da opção de compra no instante t_1 se o preço do ativo se elevar; C_d : o valor da opção de compra no instante t_1 se o preço do ativo diminuir; C_{uu} : o valor da opção de compra no instante T , vencimento, se o preço do ativo tiver valor $u^2.S$; C_{ud} : o valor da opção de compra no instante T se o preço do ativo tiver valor igual a $u.d.S$; C_{du} : o valor da opção de compra no instante T se o preço do ativo tiver valor igual a $d.u.S$; C_{dd} : o valor da opção de compra no instante T se o preço do ativo tiver valor igual a $d^2.S$; S : valor do ativo; u : fator multiplicativo de elevação do preço do ativo; d : fator multiplicativo de redução de preço do ativo; K : preço de exercício; t_0 : instante inicial; t_1 : instante quaisquer; $T > t_1 > t_0$.

Uma vez que o preço da opção C depende do preço do ativo S , a ideia presente no modelo é a de formar um portfólio composto por ações e opções de forma a produzir o mesmo resultado final, independentemente do valor do ativo ao final do período, eliminando-se o risco. Como consequência, o portfólio tem então como rentabilidade a taxa livre de risco. O valor da opção de compra europeia pode ser determinado pela equação:

$$C = \frac{p \cdot C_u + (1 - p) \cdot C_d}{e^{r \cdot t_1}} = \frac{p^2 \cdot C_{uu} + p(1 - p) \cdot C_{ud} + (1 - p)^2 C_{dd}}{e^{r \cdot T}}$$

Onde

$$p = \frac{(e^{r \cdot t} - d)}{(u - d)}$$

A variável p possui características de probabilidade, já que $0 < p < 1$, uma vez que pelo modelo $u > (1 + r) > d$. Além disso, o somatório das probabilidades de todos os eventos possíveis é igual a 1. Conforme indicado acima, o valor da opção de compra pode ser interpretado como uma expectativa do seu valor futuro, descontado pela taxa de juros em um mundo neutro ao risco. A probabilidade p corresponde à probabilidade de subida em um mundo neutro ao risco. Qualquer ativo, cujos possíveis valores futuros estão associados a uma distribuição de probabilidade neutra ao risco, possui como rentabilidade a taxa de juros livre de risco.

No caso da existência de um pagamento intermediário fixo que reduza o valor do ativo (em t_1), o modelo CRR não pode ser mais usado. Uma aproximação pode ser feita adicionando-se ao preço do exercício o valor futuro desse pagamento intermediário. Já o modelo binomial de opções compostas permite considerar o pagamento intermediário ao mesmo tempo em que se avalia o valor do ativo após esse pagamento. Caso esse valor se torne negativo, o ativo passa a ter valor zero até o vencimento. Caso o valor permaneça positivo após o pagamento, o ativo passa a ter esse novo valor pós-dedução. A Figura 3 ilustra o modelo binomial de opções compostas com dois estágios, aplicado ao comportamento do ativo-objeto.

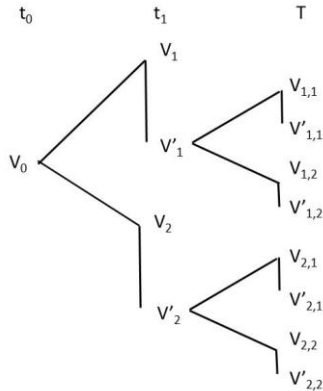


Figura 3 - Representação do comportamento do ativo para modelo binomial de opções compostas de dois estágios

2 AVALIAÇÃO DE UM FUNDO DE INVESTIMENTO IMOBILIÁRIO

O fundo imobiliário escolhido para este trabalho é o RB Capital Agre (RBAG11), pois, além de possuir mais de uma classe de cotas - seniores e subordinadas - o que permitiria a aplicação do modelo, as cotas seniores desse fundo haviam sido amortizadas integralmente em 13 de março de 2013, o que permitiria analisar o comportamento dos preços dessas cotas ao longo de toda a vida do fundo.

O RBAG11 foi registrado na Comissão de Valores Mobiliários em 8 de junho de 2010, sendo que a emissão das cotas foi também realizada nesse mesmo mês. Esse fundo realizou uma emissão no total de R\$ 68,75 milhões, dos quais R\$ 55 milhões correspondiam a 550.000 cotas seniores e o restante, a 137.500 cotas subordinadas. Após a emissão, as cotas passaram a ser negociadas na BM&FBovespa. A rentabilidade-alvo oferecida aos cotistas seniores era IPCA + 9,5% a.a.

O cronograma inicialmente previsto para amortização das cotas seniores, conforme informado no prospecto de oferta das cotas, é apresentado na Tabela 01 a seguir. Para a estimativa dos valores da remuneração na tabela, foi utilizado o

spread da rentabilidade-alvo (9,5% a.a.). Os pagamentos eram realizados no quinto dia útil de cada mês.

Tabela 01 - Cronograma esperado para amortização das cotas seniores do RB Capital Agre FII, em reais, na data da emissão, conforme indicado no prospecto de oferta das cotas. Remuneração calculada usando o *spread* da rentabilidade alvo das cotas seniores (9,5% a.a.) da seguinte forma: $(\text{saldo devedor}) * ((1 + 9,5\%)^{\text{prazo}/12} - 1)$. Valores da remuneração não consideram variação do IPCA.

| Prazo da amortização (meses) | Remuneração (R\$) | Amortização (R\$) |
|------------------------------|-------------------|-------------------|
| 1 | 417.534,39 | - |
| 2 | 417.534,39 | - |
| 3 | 417.534,39 | - |
| 4 | 417.534,39 | - |
| 5 | 417.534,39 | - |
| 6 | 417.534,39 | - |
| 7 | 417.534,39 | 1.500.000,00 |
| 8 | 406.147,08 | 1.500.000,00 |
| 9 | 394.759,78 | 1.500.000,00 |
| 10 | 383.372,48 | 1.500.000,00 |
| 11 | 371.985,18 | 3.500.000,00 |
| 12 | 345.414,81 | 3.500.000,00 |
| 13 | 318.844,44 | 3.500.000,00 |
| 14 | 292.274,07 | 3.000.000,00 |
| 15 | 269.499,47 | 3.000.000,00 |
| 16 | 246.724,86 | 3.000.000,00 |
| 17 | 223.950,26 | 3.500.000,00 |
| 18 | 197.379,89 | 3.500.000,00 |
| 19 | 170.809,52 | 3.500.000,00 |
| 20 | 144.239,15 | 4.000.000,00 |
| 21 | 113.873,01 | 4.000.000,00 |
| 22 | 83.506,88 | 4.000.000,00 |
| 23 | 53.140,74 | 4.000.000,00 |
| 24 | 22.774,60 | 3.000.000,00 |

Fonte: Prospecto de oferta das cotas

No caso do RBAG11 existem informações sobre os valores das cotas seniores negociadas no mercado permitindo uma comparação com os valores encontrados pelo modelo. Decidiu-se por fazer essa comparação em três momentos distintos, de acordo com o percentual do total de amortização realizado. Dessa

forma, foram escolhidas três datas em que aproximadamente 25%, 50% e 75%, respectivamente, do total amortizado tenham sido efetivamente realizados.

Entretanto, antes de se aplicar o modelo a essas três situações, é necessário se determinar o valor da volatilidade do preço dos ativos. Optou-se por se determinar o valor da volatilidade implícita na data de emissão das cotas seniores e considerar esse valor constante ao longo da vida do FII. : Isso implica considerar que mudanças na composição de risco dos ativos do fundo não alterariam a volatilidade, o que pode conduzir a valores diferentes do de mercado em épocas futuras de avaliação; esse ponto será discutido mais tarde. Assim, aplicando-se o modelo com os valores disponíveis à data da emissão das cotas, encontra-se, de forma iterativa, o valor da volatilidade implícita que resulta no valor da cota sênior nessa data, ou seja, R\$100,00. Para utilização do modelo, além do valor total do fundo (R\$68.750.000,00) e do valor de amortização das cotas seniores (R\$55.000.000,00), é necessária também a informação sobre o fluxo de caixa futuro composto pelas amortizações das cotas seniores.

Com a intenção de diminuir o tempo de execução do programa em Visual Basic para obtenção dos resultados, além de aproveitar o fato de que o modelo de apreçamento já estava implementado para 12 amortizações, decidiu-se por agrupar as 18 amortizações mostradas na Tabela 01, duas a duas, totalizando nove amortizações. Para o exemplo de um FIDC em situação semelhante, analisado por Freund (2013), essa alteração trouxe pouca diferença no resultado final.

A Tabela 02 a seguir apresenta os valores correspondentes ao procedimento mencionado acima. Nessa tabela, o prazo inicial de oito meses refere-se aos seis meses de carência adicionados aos dois meses em que foram agrupadas as duas primeiras amortizações no valor de R\$1.500.000,00, conforme informado na Tabela 01. Os demais prazos e valores de amortização na tabela seguem o mesmo procedimento. A remuneração é calculada aplicando-se ao saldo devedor a rentabilidade-alvo de 9,5% a.a.. Os valores estão em reais e tomam por base a data de emissão das cotas, 8/6/2010.

Para se calcular o valor presente da dívida sem risco, foram obtidos os valores da curva DI x cupom futuro do IPCA, por meio do site da BM&FBovespa, em diversos vértices, para a data de registro do fundo na CVM (8/6/2010).^{iv} Os valores das amortizações são trazidos a valor presente, utilizando-se os cupons do IPCA obtidos. Destaca-se que os valores das amortizações estão referenciados em IPCA, na data da emissão.

Tabela 02 – Cálculo do valor presente da dívida sem risco das cotas seniores. Valores em reais e prazos para amortização contados tomando como referência a data da emissão, 8/6/2010. Remuneração calculada com a taxa de 9,5% a.a. da seguinte forma: $(\text{saldo devedor}) * ((1 + 9,5\%)^{\text{prazo}/12} - 1)$. Dados da curva DI x cupom de IPCA, de 8/6/2010. Amortizações indicadas no prospecto foram agrupadas duas a duas.

| Prazo para amortização (meses) | Amortização (principal em R\$) | Fluxo de caixa (remuneração em R\$) | Fluxo de caixa (total em R\$) | Dados curva DI x cupom IPCA (a.a.) | Fluxo de caixa (valor presente em R\$) |
|---------------------------------------|---------------------------------------|--|--------------------------------------|---|---|
| 8 | 3.000.000,00 | 3.430.387,83 | 6.430.387,83 | 6,56% | 6.163.693,38 |
| 10 | 3.000.000,00 | 792.516,40 | 3.792.516,40 | 6,32% | 3.603.697,49 |
| 12 | 7.000.000,00 | 746.794,30 | 7.746.794,30 | 6,12% | 7.300.032,32 |
| 14 | 6.500.000,00 | 640.109,40 | 7.140.109,40 | 6,20% | 6.656.198,47 |
| 16 | 6.000.000,00 | 541.044,85 | 6.541.044,85 | 6,27% | 6.031.604,91 |
| 18 | 7.000.000,00 | 449.600,65 | 7.449.600,65 | 6,31% | 6.796.288,64 |
| 20 | 7.500.000,00 | 342.915,75 | 7.842.915,75 | 6,35% | 7.078.073,36 |
| 22 | 8.000.000,00 | 228.610,50 | 8.228.610,50 | 6,39% | 7.345.280,00 |
| 24 | 7.000.000,00 | 106.684,90 | 7.106.684,90 | 6,41% | 6.276.278,02 |
| Total | | | | | 57.251.146,59 |

Fonte: Prospecto de oferta das cotas, BM&F Bovespa.

O modelo de apreçamento só permite a utilização de uma única taxa de juros livre de risco válida para toda a vida do fundo. Assim, para se determinar essa taxa, deve-se obter a taxa interna de retorno usada para descontar o fluxo de caixa da Tabela 02 acima, de modo a que o somatório seja equivalente a R\$57.251.146,59. O valor encontrado para essa taxa, por meio de processo iterativo, foi de 6,32% a.a.

A taxa de inadimplência a ser adotada ao longo da vida do fundo é zero. Considera-se o fato de que o fundo adquiriu os imóveis já na etapa de construção, sendo que, de acordo com o prospecto, os imóveis possuíam em média, em abril de 2010, portanto quatro meses antes do registro na CVM, cerca de 96% das unidades vendidas. Além disso, conforme esclarece o prospecto de oferta das cotas, a inadimplência do comprador do imóvel resulta na resolução do contrato, com o imóvel alienado sendo retomado pela incorporadora, a qual, por conseguinte, poderá vendê-lo novamente.

Aplicando-se o modelo com essas informações, por meio de processo iterativo, o valor da volatilidade implícita dos ativos, encontrada na data da emissão, é de 23,35% a.a. Destaca-se o nível da volatilidade percebida pelos cotistas seniores nessa data. Vale ressaltar que nessa variável estão incluídos tanto o risco de taxa de juros, como os riscos inerentes ao investimento no próprio fundo, tais como o risco de liquidez das cotas e o risco de atraso na conclusão das obras. Valores mais elevados de volatilidade implicam risco maior e, portanto, resultam em valores de negociação menores para as cotas; valores menores de volatilidade produzem o efeito contrário. Na Seção 4, referente aos resultados encontrados aplicando-se o modelo, há uma análise de sensibilidade considerando o efeito de diferentes valores de volatilidade.

A estimativa de fluxo de caixa, baseada nos valores existentes no prospecto inicial e apresentada na Tabela 02, foi necessária para se determinar o valor da volatilidade. Entretanto, verificou-se que durante a vida do fundo as amortizações, efetivamente, ocorreram de forma diferente do estimado. Considerando então as novas datas de amortização e que seus pagamentos são realizados no quinto dia útil de cada mês, as datas selecionadas para aplicação do modelo, correspondendo a

25%, 50% e 75% do total amortizado, são 7/4/2011, 8/8/2011 e 7/2/2012, respectivamente.

3 AVALIAÇÃO DO FII SELECIONADO

Nesta seção, o modelo binomial de opções compostas será aplicado para se determinar os valores das cotas seniores nas datas mencionadas, as quais correspondem ao 10^o, 14^o e 20^o meses, respectivamente, contados a partir da data da emissão (junho/2010). Entretanto, conforme esclarecido na seção anterior, os valores em reais devem ser corrigidos pelo IPCA acumulado entre a época da emissão e as datas mencionadas acima.

Além disso, como já observado, o pagamento das amortizações ocorreu de forma distinta daquela estimada no prospecto de oferta das cotas e apresentada na Tabela 01 acima. Assim, há necessidade de se fazer um ajuste nos valores das amortizações futuras em relação à data analisada. O ajuste será feito da seguinte forma. Calcula-se a diferença entre o total efetivamente amortizado e o total que deveria ter sido amortizado conforme previsto na Tabela 01 até a data da avaliação. Essa diferença é então deduzida em parcelas iguais das amortizações futuras. Em seguida os valores são reajustados pelo IPCA acumulado entre a data de emissão e a data escolhida para avaliação. Os valores são então agrupados dois a dois, conforme procedimento utilizado na elaboração da Tabela 02.

A Tabela 03A a seguir apresenta o novo fluxo de caixa, após os ajustes acima, para a data de avaliação 7/4/2011. A Tabela 03B indica os demais valores necessários para utilização do modelo binomial de opções compostas, para a mesma data. As Tabelas 04 (A e B) e 05 (A e B) são equivalentes às Tabelas 03 (A e B) para as respectivas datas de avaliação. Os resultados são apresentados em seguida.

Tabela 03A – Fluxo de caixa e cálculo do valor presente da dívida sem risco das cotas seniores. Prazo para amortização contado a partir de abril/2011. Remuneração calculada com taxa de 9,5% a.a.

da seguinte forma: $(\text{saldo devedor}) * ((1+9,5\%)^{\text{prazo}/12} - 1)$. Dados da curva DI x cupom de IPCA de 7/4/2011. Valores de amortização corrigidos pelo IPCA acumulado entre junho/2010 e abril/2011 de 6,05%. Amortizações agrupadas duas a duas. Como as amortizações anteriores ocorreram de forma diferente do que constava no cronograma estimado (Tabela 01), os valores futuros a serem amortizados foram ajustados – redução de 500mil em cada parcela - de forma a não se alterar o valor amortizado total.

| Prazo para amortização (meses) | Amortização Principal (R\$) | Remuneração (R\$) | Fluxo de caixa total (R\$) | Dados curva DI x cupom IPCA (a.a.) | Fluxo de caixa (valor presente) |
|---------------------------------------|------------------------------------|--------------------------|-----------------------------------|---|--|
| 2 | 6.363.258,99 | 678.863,65 | 7.042.122,63 | 1,73% | 7.022.020,23 |
| 4 | 5.832.987,40 | 581.883,13 | 6.414.870,53 | 3,97% | 6.332.160,01 |
| 6 | 5.302.715,82 | 492.984,32 | 5.795.700,14 | 4,84% | 5.660.338,47 |
| 8 | 6.363.258,99 | 412.167,21 | 6.775.426,20 | 5,40% | 6.541.985,02 |
| 10 | 6.893.530,57 | 315.186,69 | 7.208.717,26 | 5,62% | 6.887.625,46 |
| 12 | 7.423.802,15 | 210.124,46 | 7.633.926,61 | 5,70% | 7.222.257,91 |
| 14 | 6.363.258,99 | 96.980,52 | 6.460.239,51 | 5,59% | 6.063.015,77 |
| Total | | | | | 45.729.402,88 |

Tabela 03B – Valores a serem utilizados no modelo de apreçamento para determinação do valor de uma cota sênior em 7/4/2011. Valores em R\$ corrigidos pelo IPCA acumulado entre junho/2010 e abril/2011 de 6,05%.

| Característica | Valor |
|--|------------------|
| Valor total dos ativos | R\$59.125.281,42 |
| Valor (principal) a ser amortizado das cotas | R\$44.542.812,91 |
| Taxa de juros livre de risco (252 d.u.) [*] | 5,26% |

Fonte: Prospecto de oferta das cotas, Relatório de rentabilidade, BM&FBovespa, própria.

* O valor da taxa de juros foi calculado seguindo o mesmo procedimento descrito na Seção 3 para determinação da taxa de juros na data da emissão.

Tabela 04A – Fluxo de caixa e cálculo do valor presente da dívida sem risco das cotas seniores. Prazo para amortização contado a

partir de agosto/2011. Remuneração calculada com taxa de 9,5% a.a. da seguinte forma: $(\text{saldo devedor}) * ((1+9,5\%)^{\text{prazo}/12} - 1)$. Dados da curva DI x cupom de IPCA de 8/8/2011. Valores de amortização corrigidos pelo IPCA acumulado entre junho/2010 e agosto/2011 de 7,28%. Amortizações agrupadas duas a duas. Como as amortizações anteriores ocorreram de forma diferente do que constava no cronograma estimado (Tabela 01), os valores futuros a serem amortizados foram ajustados – redução de 850 mil em cada parcela - de forma a não se alterar o valor amortizado total.

| Prazo para amortização (meses) | Amortização (principal) | Fluxo de caixa (remuneração) | Fluxo de caixa (total) | Dados curva DI x cupom IPCA (a.a.) | Fluxo de caixa (valor presente) |
|--------------------------------|-------------------------|------------------------------|------------------------|------------------------------------|---------------------------------|
| 2 | 4.612.988,81 | 441.451,12 | 5.054.439,93 | 10,41% | 4.971.700,64 |
| 4 | 5.685.776,90 | 371.145,94 | 6.056.922,84 | 7,73% | 5.908.444,42 |
| 6 | 6.222.170,95 | 284.490,72 | 6.506.661,67 | 7,16% | 6.285.529,55 |
| 8 | 6.758.564,99 | 189.660,48 | 6.948.225,47 | 6,78% | 6.650.903,18 |
| 10 | 5.685.776,90 | 86.655,22 | 5.772.432,12 | 6,54% | 5.475.598,44 |
| Total | | | | | 29.292.176,23 |

Tabela 04B – Valores a serem utilizados no modelo de apuração para determinação do valor de uma cota sênior em 8/8/2011. Valores em R\$ corrigidos pelo IPCA acumulado entre junho/2010 e agosto/2011 de 7,28%

| Característica | Valor |
|--|------------------|
| Valor total dos ativos | R\$43.716.114,84 |
| Valor (principal) a ser amortizado das cotas | R\$28.965.278,54 |
| Taxa de juros livre de risco (252 d.u.) [*] | 7,11% |

Fonte: Prospecto de oferta das cotas, Relatório de rentabilidade, BM&FBovespa, própria.

* O valor da taxa de juros foi calculado seguindo o mesmo procedimento descrito na Seção 3 para determinação da taxa de juros na data da emissão.

Tabela 05A – Fluxo de caixa e cálculo do valor presente da dívida sem risco das cotas seniores. Prazo para amortização contado a partir de fevereiro/2012. Remuneração calculada com taxa de 9,5% a.a. da seguinte forma: $(\text{saldo devedor}) * ((1+9,5\%)^{\text{prazo}/12} - 1)$. Dados da curva DI x cupom de IPCA de 7/2/2012. Valores de amortização corrigidos pelo IPCA acumulado entre junho/2010 e fevereiro/2012 de 10,53%. Amortizações agrupadas duas a duas.

| Prazo para amortização (meses) | Amortização (principal) | Fluxo de caixa (remuneração) | Fluxo de caixa (total) | Dados curva DI x cupom IPCA (a.a.) | Fluxo de caixa (valor presente) |
|--------------------------------|-------------------------|------------------------------|------------------------|------------------------------------|---------------------------------|
| 2 | 8.289.495,52 | 235.830,40 | 8.525.325,92 | 3,95% | 8.470.458,30 |
| 4 | 7.184.229,45 | 109.492,69 | 7.293.722,14 | 3,61% | 7.208.009,05 |
| Total | | | | | 15.678.467,35 |

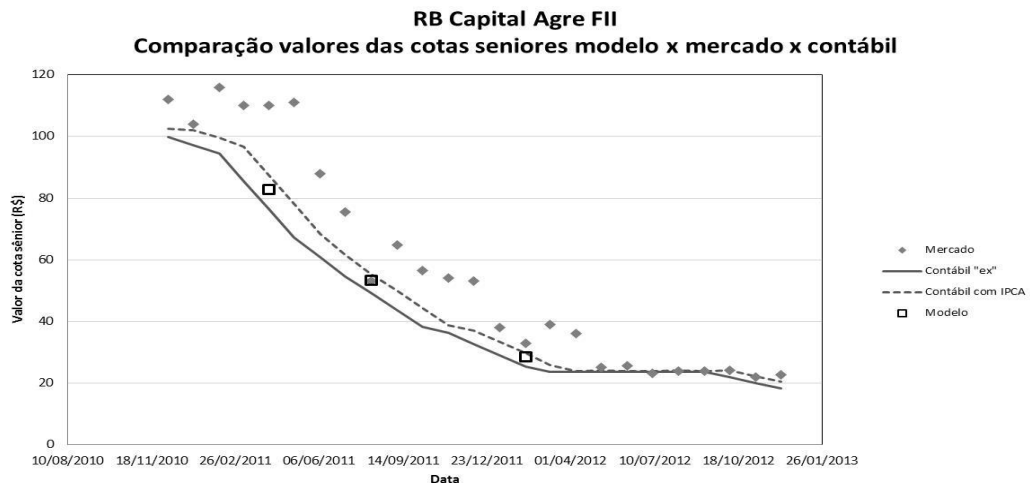
Tabela 05B – Valores a serem utilizados no modelo de apreçamento para determinação do valor de uma cota sênior em 7/2/2011. Valores em R\$ corrigidos pelo IPCA acumulado entre junho/2010 e fevereiro/2012 de 10,53%

| Característica | Valor |
|--|------------------|
| Valor total dos ativos | R\$30.671.133,42 |
| Valor (principal) a ser amortizado das cotas | R\$15.473.724,97 |
| Taxa de juros livre de risco (252 d.u.) [*] | 3,74% |

Fonte: Prospecto de oferta de cotas, Relatório de rentabilidade, BM&FBovespa, própria.

* O valor da taxa de juros foi calculado seguindo o mesmo procedimento descrito na Seção 3 para determinação da taxa de juros na data da emissão.

A Figura 4 a seguir amplia o horizonte de tempo analisado, incluindo período no qual as cotas foram amortizadas, isto é, entre dezembro/2010 e dezembro/2012, com o objetivo de melhor avaliar a diferença do comportamento entre os valores de mercado e os valores encontrados usando-se o modelo de apreçamento.



Fonte: Relatório de rentabilidade do fundo de investimento, BM&FBovespa, própria.

Figura 4 – Comparação dos valores de cotas seniores obtidos pelo modelo de apuração, valor contábil ex-amortização e juros, valor contábil com amortização e juros e valor de mercado entre dez/2010 e dez/2012.

Como se pode observar na figura, os valores de mercado das cotas estão bem elevados em relação aos valores contábeis e os calculados pelo modelo. De fato, mesmo ao se recalculer o valor das cotas utilizando-se o modelo de apuração, mas considerando uma situação conservadora sem risco em que a volatilidade e a taxa de desconto para as amortizações futuras são iguais à zero, continua-se a obter valores bem inferiores aos de mercado.^v Uma possível explicação para a valorização dessas cotas pelo mercado pode ser encontrada no estudo apresentado pela Anbima (2012). De acordo com esse estudo, realizado para o período compreendido entre 2009 e 2011, o valor de mercado das cotas possui forte correlação (96%) com rendimentos distribuídos. Além disso, o trabalho da Anbima mostra também que retornos de cotas de fundos imobiliários e retornos de NTN-B possuem baixa correlação (15%).^{vi} Tal trabalho foi mencionado pelo próprio diretor executivo do RB Capital, em entrevista concedida ao Jornal Valor Econômico (Belloto, 2011), para afirmar, ao se referir às cotas de fundos imobiliários, que: (i) “o valor das cotas no mercado secundário não reflete de maneira precisa a qualidade e o preço dos ativos imobiliários nas carteiras”; e (ii) “a análise baseada apenas no rendimento pode tanto prejudicar um fundo como criar valorizações excessivas, contaminando as avaliações do mercado”. Assim, o fato de o RBAG11 ter pago rendimentos altos à época, em comparação com os cupons pagos por títulos públicos com rendimento atrelado ao IPCA, pode ter causado os altos valores de mercado das cotas do FII. Deve-se ressaltar que as conclusões do estudo do Anbima são válidas somente para o período analisado, o qual inclui o período de existência do FII analisado, e não podem ser estendidas. Além disso, trata-se de um período em que não houve forte elevação das taxas de juros.

Já os valores obtidos com o modelo de apreçamento nas três situações analisadas mostram que o comportamento desses valores segue a forma da curva que representa os valores contábeis adicionados da remuneração. Os valores calculados são um pouco inferiores aos correspondentes a essa curva na mesma data. De fato, observa-se que, a partir de junho de 2012, quando as cotas seniores vão se aproximando da data de vencimento, os valores de mercado, contábil e os calculados pelo modelo convergem.

A Tabela 06 abaixo apresenta uma análise de sensibilidade referente às cotas seniores e subordinadas para a data de 8/8/2011.

Tabela 06 - Análise de sensibilidade do valor das cotas seniores e subordinadas calculados pelo modelo de apreçamento, para a data 8/8/2011, variando-se os valores da volatilidade e da taxa de inadimplência.

| Volatilidade | Inadimplência 0,0% a.a. | | Inadimplência 2,5% a.a. | | Inadimplência 5,0% a.a. | |
|--------------|-------------------------|--------------------|-------------------------|--------------------|-------------------------|--------------------|
| | Cotas seniores | Cotas subordinadas | Cotas seniores | Cotas subordinadas | Cotas seniores | Cotas subordinadas |
| 15% a.a. | 53,26 | 104,90 | 53,26 | 100,12 | 53,26 | 95,56 |
| 30% a.a. | 53,19 | 105,17 | 53,18 | 100,44 | 53,17 | 95,94 |
| 45% a.a. | 52,62 | 107,45 | 52,56 | 102,90 | 52,50 | 98,58 |

Os valores acima mostram que os efeitos de inadimplência e da volatilidade são mais pronunciados nas cotas subordinadas, havendo pouca influência sobre as cotas seniores. Inclusive, para o presente caso, com a volatilidade mais baixa, de 15% a.a., o efeito da inadimplência nas cotas seniores é nulo. Esse fato corrobora resultados semelhantes encontrados por Freund [2013] para o caso de um FIDC.

CONCLUSÃO

Os valores gerados pelo modelo de apreçamento para as cotas seniores do FII RBAG 11 são próximos e um pouco abaixo dos valores contábeis antes da dedução da remuneração a ser paga às cotas. Para a segunda data analisada, o valor calculado com o modelo é praticamente idêntico ao valor de mercado. Para as outras duas datas, os valores calculados com o modelo estão abaixo do de mercado. De fato, os valores de mercado das cotas seniores durante boa parte da duração do FII se mostram elevados. Essa discrepância pode ter decorrido do fato de o valor das cotas no mercado secundário não refletir de maneira precisa a qualidade e o preço dos ativos imobiliários nas carteiras, possuindo, contudo, forte correlação com os rendimentos distribuídos, que à época, eram superiores aos cupons pagos por títulos públicos.

O nível da volatilidade percebida pelos cotistas seniores no momento da emissão das cotas foi elevado. Nessa variável está incluído o risco de taxa de juros, bem como os riscos inerentes ao investimento no próprio fundo, tais como o risco de liquidez das cotas e o risco de atraso na conclusão das obras. Valores mais elevados de volatilidade implicam risco maior e, portanto, resultam em valores de negociação menores para as cotas. No entanto, a análise de sensibilidade mostrou que, para o fundo analisado, o efeito da volatilidade se mostrou pequeno para as cotas seniores, o mesmo acontecendo para o efeito causado pela inadimplência. Já, para as cotas subordinadas, esses efeitos foram mais pronunciados.

Entretanto, é importante ressaltar que o valor da volatilidade usado no modelo de apreçamento foi determinado por meio de volatilidade implícita, calculada na data de emissão das cotas, cujo valor foi mantido constante ao longo de toda a vida do fundo. Esse critério adotado pode não ser uma aproximação ideal. De fato, conforme mencionado por Riddiough (1997), conclui-se que à medida que o tempo passa, a qualidade dos ativos securitizados vai se revelando e, assim, as avaliações de crédito na emissão tendem a melhorar na média ao longo do tempo, com a

velocidade da melhoria sendo negativamente relacionada com a qualidade com que o ativo securitizado é percebido na época da emissão.

ABSTRACT

The present article deals with the application of a pricing model in the evaluation of the senior quotas of a Real Estate Investment Fund in Brazil. The model used is the composite option binomial developed by Freund (2013) for the evaluation of senior, mezzanine and subordinated shares of Credit Rights Investment Funds (FIDC). This model considers several factors that influence the pricing of these share classes, such as level of subordination, volatility, interest rates, default rates, fund duration, as well as characteristics related to the cash flow of depreciation. The results of the evaluation of the senior quotas of a real estate fund indicate that the prices observed in the market were overvalued in relation to those obtained by the modeling.

KEYWORDS: REAL ESTATE FUND. PRICING. COMPOUND OPTION. BINOMIAL MODEL. DERIVATIVES.

REFERÊNCIAS

ANBIMA - ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DAS ENTIDADES DOS MERCADOS FINANCEIRO E DE CAPITAIS. **Fundos de investimento: balanço anual**. Janeiro, 2012. Disponível em: <http://www.anbima.com.br/eventos/arqs/eventos_antecedentes/coletiva_fi/coletiva_fundos_2011.pdf>. Acesso em: 30 de junho de 2012.

BELLOTO, a. **Análise míope**. Jornal Valor Econômico. 27/5/2011, 1p. Disponível em <<http://www.rbcapital.com.br/pt/informacoes/Default.aspx?menu=noticias&NoticialID=61>>. Acesso em 25 de março de 2013.



BLACK, F.; SCHOLES, M. **The pricing of options and corporate liabilities.** The Journal of Political Economy, v. 81, n. 3, p. 637-654, 1973.

BM&FBovespa. **Entenda melhor os fundos imobiliários.** Disponível em <http://www.bmfbovespa.com.br/Fundos-Listados/entenda-melhor-FI.aspx?Idioma=pt-br>. Acesso em 27 de novembro de 2013.

BM&FBovespa. **Relatório de histórico de negócios.** Disponível em http://www.bmfbovespa.com.br/shared/iframe.aspx?altura=600&idioma=pt-br&url=http://www.bmfbovespa.com.br/rendafixa/FormConsultaFUN_HistoricoNegocios.asp. Acesso em: 3 de maio de 2012.

BM&FBovespa. **Prospectos.** Disponível em: http://www.bmfbovespa.com.br/shared/iframe.aspx?altura=600&idioma=pt-br&url=http://www.bmfbovespa.com.br/rendafixa/FormConsultaFUN_Prospectos.asp. Acesso em: 5 de maio de 2012.

BM&FBovespa. **Número de negócios de cotas seniores do RB Capital Agre FII.** Disponível em http://www.bmfbovespa.com.br/SIG/FormConsultaNegociacoes.asp?strTipoResumo=RES_NEGOCIACOES&strSocEmissora=RBAG&strDtReferencia=12/2012&strIdioma=P&intCodNivel=1&intCodCtrl=100 Acesso em: 5 de maio de 2012.

BM&FBovespa. **Relatório de rentabilidade do RB Capital Agre FII.** Disponível em <http://www.bmfbovespa.com.br/renda-variavel/ResumoFundolmobiliarioCodigoDetalhe.aspx?Codigo=RBAG11&idioma=pt-br>. Acesso em: 21 de janeiro de 2013.

BM&FBovespa. **Valores de DI x Cupom IPCA.** Disponível em <http://www.bmfbovespa.com.br/shared/iframeBoletim.aspx?altura=3800&idioma=pt-br&url=www2.bmf.com.br/pages/portal/BM&FBovespa/boletim1/TxRef1.asp>. Acesso em: 27 de janeiro de 2013.

Cox, J. C.; Ross, S. A.; Rubinstein, M. **Option Pricing:** a simplified approach. Journal of Financial Economics, Vol. 7, No. 3, pp. 229-263. 1979.

Cox, J. C.; Rubinstein, M. **Options Markets.** Prentice Hall. 1985.



FREUND, A.V.A.. **Apreçamento de fundos de investimento em direitos creditórios**. Tese de Doutorado. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro. 2013.

GESKE, R. **The Valuation of corporate liabilities as compound options**. Journal of Financial and Quantitative Analysis, pp. 541-552, 1977.

GESKE, R. The valuation of compound options. **Journal of Financial Economics**, n. 7, pp. 63-81, 1979.

HAUG, E.; HAUG, J.; LEWIS, A. Back to Basics: a new approach to the discrete dividend problem. **Wilmott Magazine**, Set, 2003.

MERTON, R. C. On the Pricing of Corporate Debt: The Risk Structure of Interest Rates. **The Journal of Finance**, V.I. 29, pp. 449-470. 1974.

NETTO, C.R.L.. **Condicionantes De Preços dos Imóveis Residenciais nos Municípios de São Paulo e Rio de Janeiro e A Possibilidade de Formação de Bolhas Imobiliárias**. Dissertação de Mestrado, Universidade de São Paulo. São Paulo. 2013.

PORTAL DO INVESTIDOR.

<http://www.portaldoinvestidor.gov.br/menu/Menu_Investidor/valores_mobiliarios/FundodeInvestimento409.html>. Acesso em: 25 de janeiro de 2014.

RIDDIOUGH, T. J. Optimal Design and Governance of Asset-Backed Securities. **Journal of Financial Intermediation**. V. 6, pp.121-152. 1997.

ROCHA LIMA JR., J.. **Fundos de Investimento Imobiliário e Real Estate Investment Trusts**. São Paulo, 7p., 2001. Disponível em <<http://www.realestate.br>>. Acesso em: 27 de Nov. 2013.

SOUZA, V. S. **Análise da Rentabilidade dos Fundos de Investimento Imobiliários**. Dissertação de Mestrado. IBMEC, Rio de Janeiro. 2012.

Recebido em 17/04/2018

Publicado em 13/08/2018

ⁱ De acordo com Rocha Lima (2001), o crescimento desse mercado foi influenciado fortemente em função do sistema de governança corporativa existente, da elevada liquidez desses títulos e do alto grau de dispersão das carteiras existentes nos REITs.

ⁱⁱ Conforme Portal do Investidor <http://www.portaldoinvestidor.gov.br/menu/Menu_Investidor/valores_mobiliarios/FundodeInvestimento0409.html> “o patrimônio líquido é calculado pela soma do valor de todos os títulos e do valor em caixa, menos as obrigações do fundo, inclusive aquelas relativas à sua administração. As cotas são frações do valor do patrimônio do fundo.”

ⁱⁱⁱ <<http://www.bmfbovespa.com.br/Fundos-Listados/FundosListados.aspx?tipoFundo=imobiliario&Idioma=pt-br>>. O FII identificado foi o RB Capital Prime Realty II.

^{iv} Disponível em <<http://www.bmfbovespa.com.br/shared/iframeBoletim.aspx?altura=3800&idioma=pt-br&url=www2.bmf.com.br/pages/portal/BM&FBovespa/boletim1/TxRef1.asp>>

^v Os valores obtidos para as cotas seniores sob essas novas condições foram, respectivamente para cada data de avaliação, R\$86,06; R\$ 55,16; e R\$28,76.

^{vi} NTN-B: Notas do Tesouro Nacional – série B, cuja remuneração, assim como a remuneração dos FIIs, é atrelada ao IPCA.